

# matematică

## algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

## Caiet de lucru

**Partea I**

7

Ediția a IV-a,  
revizuită

ÎNVĂȚARE DE INITIERE  
*sustinere, remediere*



**TESTE DE EVALUARE INITIALĂ ..... 5**
**ALGEBRĂ**
**CAPITOLUL I. MULȚIMEA NUMERELOR REALE**

Lecția 1. Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional.....	8
Lecția 2. Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical .....	12
Lecția 3. Numere iraționale. Mulțimea numerelor reale .....	15
Lecția 4. Modulul unui număr real.....	18
Lecția 5. Compararea și ordonarea numerelor reale .....	22
Lecția 6. Reprezentarea numerelor reale pe axa numerelor prin aproximare.....	26
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	30
Lecția 7. Adunarea și scăderea numerelor reale .....	31
Lecția 8. Înmulțirea numerelor reale .....	36
Lecția 9. Puterea cu exponent număr întreg a numerelor reale .....	41
Lecția 10. Împărțirea numerelor reale .....	45
Lecția 11. Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$ ; $a, b \in \mathbb{Q}, a \neq 0, b > 0$ .....	50
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	55
Lecția 12. Media aritmetică și media aritmetică ponderată a $n$ numere reale, $n \geq 2$ .....	57
Lecția 13. Media geometrică a două numere reale pozitive .....	61
Lecția 14. Ecuția de forma $x^2 = a$ , unde $a \in \mathbb{R}$ .....	64
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	67
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	69
<i>Probleme din realitatea cotidiană</i> .....	71

**GEOMETRIE**
**CAPITOLUL I. PATRULATERUL**

Lecția 1. Patrulaterul convex .....	73
Lecția 2. Paralelogramul .....	77
Lecția 3. Dreptunghiul .....	82
Lecția 4. Rombul .....	86
Lecția 5. Pătratul .....	90
Lecția 6. Linia mijlocie în triunghi .....	94
Lecția 7. Centrul de greutate al triunghiului .....	99
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	102
Lecția 8. Trapezul. Trapezul isoscel .....	104
Lecția 9. Linia mijlocie în trapez .....	109
Lecția 10. Perimetru și aria triunghiului .....	113
Lecția 11. Perimetru și aria patrulaterului .....	117
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	124
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	125
<i>Probleme din realitatea cotidiană</i> .....	127

## CAPITOLUL II. CERCUL

Lecția 12. Unghi înscris în cerc .....	130
Lecția 13. Coarde și arce în cerc .....	135
Lecția 14. Tangente dintr-un punct exterior la un cerc .....	139
Lecția 15. Poligoane regulate înscrise într-un cerc .....	143
Lecția 16. Lungimea cercului și aria discului .....	147
<i>Teste de evaluare sumativă .....</i>	151
<i>Fișă pentru portofoliul elevului .....</i>	152
<i>Probleme din realitatea cotidiană .....</i>	154
<b>MODELE DE TEZE PENTRU SEMESTRUL I .....</b>	<b>157</b>
<b>TESTE DE EVALUARE SEMESTRIALĂ .....</b>	<b>160</b>
<b>INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI .....</b>	<b>164</b>

**Teste de evaluare inițială****Testul 1**

*Se acordă 1 punct din oficiu.*

*Partea I – Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:*

- (0,5p) 1. Forma zecimală a fracției ordinare  $\frac{3}{4}$  este:  
 A. 0,5;      B. 0,75;      C. 0,65;      D. 0,8.
- (0,5p) 2. Cel mai mic număr natural prim de două cifre este:  
 A. 10;      B. 15;      C. 11;      D. 13.
- (0,5p) 3. Suma numerelor raționale pozitive  $1\frac{1}{3}$  și  $\frac{1}{6}$  este egală cu:  
 A.  $\frac{3}{2}$ ;      B.  $\frac{2}{3}$ ;      C.  $\frac{5}{6}$ ;      D.  $\frac{3}{4}$ .
- (0,5p) 4. Suplementul unghiului cu măsura de  $78^\circ$  este unghiul cu măsura de:  
 A.  $160^\circ$ ;      B.  $12^\circ$ ;      C.  $90^\circ$ ;      D.  $102^\circ$ .
- (0,5p) 5. Rezultatul calculului  $(-1)^{2017} + (-1)^{2018}$  este egal cu:  
 A. 2;      B. -2;      C. -1;      D. 0.
- (0,5p) 6. Soluția inecuației  $-3x \leq 9$ , unde  $x \in \mathbb{Z}$ , este:  
 A. {3, 4, 5, ...};      B. {-3, -2, -1, ...};      C. {..., -5, -4, -3};      D. {..., 1, 2, 3}.
- (0,5p) 7. Cel mai mic multiplu comun al numerelor 6 și 8 este egal cu:  
 A. 12;      B. 24;      C. 48;      D. 18.
- (0,5p) 8. Dacă  $ABC$  este un triunghi dreptunghic în  $A$  și  $m(\angle B) = 4m(\angle C)$ , atunci  $m(\angle C)$  este egală cu:  
 A.  $60^\circ$ ;      B.  $30^\circ$ ;      C.  $18^\circ$ ;      D.  $45^\circ$ .
- (0,5p) 9. Calculând 40% din 35 obținem numărul:  
 A. 15;      B. 40;      C. 70;      D. 14.

*Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:*

- (0,8p) 1. Se consideră triunghiul isoscel  $ABC$ . Dacă  $AB = 10$  cm și  $AC = 4,5$  cm, aflați  $BC$ .
2. Se consideră numărul rațional pozitiv  $x = \frac{11}{10} - \left[ 2\frac{1}{3} - \left( \frac{1}{2} \right)^2 \right] : \frac{5}{2}$ .
- (0,8p) a) Arătați că  $x = \frac{4}{15}$ .
- (0,7p) b) Rotunjiți la a doua zecimală numărul rațional pozitiv  $x$ .

**3.** Se consideră triunghiul echilateral  $ABC$  și punctul  $D \in (AB)$ . Construim  $DE \parallel BC$ ,  $E \in (AC)$ . Știind că  $\mathcal{P}_{ABC} = 51$  cm și  $DB = 7$  cm, aflați:

- (0,7p) a)  $BC$ ; (0,7p) b)  $m(\angle AED)$ ; (0,8p) c)  $\mathcal{P}_{ADE}$ .

## Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

*Partea I – Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:*

- (0,5p) **1.** Fracția ordinară mai mică decât 0,8 este:  
 A. 1,5; B. 0,(8); C. 0,(7); D. 2,1.
- (0,5p) **2.** Dintre numerele naturale 2, 4, 6 și 9, prime între ele sunt:  
 A. 2 și 4; B. 2 și 6; C. 4 și 6; D. 2 și 9.
- (0,5p) **3.** Rezultatul diferenței  $\{1, 3, 5\} \setminus \{1, 4\}$  este mulțimea:  
 A. {3, 5}; B. {1, 3, 4}; C. {1, 4, 5}; D. {1, 4}.
- (0,5p) **4.** Dacă  $M$  este mijlocul segmentului  $[EF]$ , cu lungimea de 5 cm, atunci lungimea segmentului  $[EM]$  este egală cu:  
 A. 4 cm; B. 2,5 cm; C. 1,5 cm; D. 6 cm.
- (0,5p) **5.** Scriind 64% sub formă de fracție ordinară ireductibilă, obținem:  
 A.  $\frac{16}{25}$ ; B.  $\frac{9}{10}$ ; C.  $\frac{7}{50}$ ; D.  $\frac{32}{25}$ .
- (0,5p) **6.** Rezultatul calculului  $6 \cdot (-1 - 2)$  este:  
 A. -12; B. 24; C. 30; D. -18.
- (0,5p) **7.** Dacă  $\frac{a}{5} = \frac{7}{b}$ , atunci produsul  $a \cdot b$  este egal cu:  
 A. 20; B. 45; C. 35; D. 50.
- (0,5p) **8.** Dacă  $ABC$  este un triunghi echilateral, atunci  $m(\angle C)$  este egală cu:  
 A.  $90^\circ$ ; B.  $60^\circ$ ; C.  $45^\circ$ ; D.  $30^\circ$ .
- (0,5p) **9.** Suma fracțiilor supraunitare care au numărătorul 4 este egală cu:  
 A.  $7\frac{1}{3}$ ; B.  $5\frac{5}{6}$ ; C.  $6\frac{1}{2}$ ; D.  $8\frac{3}{4}$ .

*Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:*

- (0,8p) **1.** Rezolvați în mulțimea numerelor raționale pozitive ecuația:

$$\frac{11}{10} + x = 1\frac{5}{8}.$$

- 2.** Fie  $a$  și  $b$  două numere direct proporționale cu numerele naturale 3 și 4. Se știe că  $a + b = 21$ .

- (0,7p) a) Aflați numerele  $a$  și  $b$ .  
 (0,7p) b) Calculați valoarea raportului numerelor  $b$  și  $a$ .

3. În exteriorul triunghiului echilateral  $DEF$ , în care notăm cu  $M$  mijlocul laturii  $[DF]$ , se construiește triunghiul echilateral  $MNF$ . Arătați că:

(0,7p) a)  $NF \parallel DE$ ; (0,8p) b)  $\Delta EMD \equiv \Delta DNF$ ; (0,8p) c)  $ND \perp DE$ .

## Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

*Partea I – Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:*

(0,5p) 1. Scriind numărul 1,5 sub formă de fracție ordinară ireductibilă, obținem:

- A.  $\frac{15}{10}$ ; B.  $\frac{1}{5}$ ; C.  $\frac{2}{3}$ ; D.  $\frac{3}{2}$ .

(0,5p) 2. Cel mai mare număr natural compus de o cifră este:

- A. 6; B. 7; C. 8; D. 9.

(0,5p) 3. Rezultatul calculului  $(-2) \cdot 3 + 4$  este:

- A. -1; B. 2; C. -2; D. 1.

(0,5p) 4. Soluția ecuației  $2x + 1 = 9$ ,  $x \in \mathbb{N}$ , este:

- A. 4; B. 5; C. -3; D. 2.

(0,5p) 5. Cel mai mare divizor comun al numerelor 8 și 12 este:

- A. 2; B. 3; C. 4; D. 6.

(0,5p) 6. Complementul unghiului cu măsura de  $45^\circ$  este:

- A.  $45^\circ$ ; B.  $90^\circ$ ; C.  $60^\circ$ ; D.  $135^\circ$ .

(0,5p) 7. Rezultatul calculului  $1 - 0,(6)$  este:

- A.  $\frac{1}{2}$ ; B.  $\frac{1}{3}$ ; C.  $\frac{3}{4}$ ; D.  $\frac{5}{6}$ .

(0,5p) 8. Perimetru triunghiului echilateral cu latura de 6 cm este:

- A. 20 cm; B. 12 cm; C. 18 cm; D. 24 cm.

(0,5p) 9. Numărul  $x$  din proporția  $\frac{6}{x} = \frac{3}{2}$  este egal cu:

- A. 2; B. 3; C. 4; D. 6.

*Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:*

(0,8p) 1. Rezolvați în  $\mathbb{N}$  inecuația  $\frac{x}{2} - 1 < \frac{1}{6}$ .

2. Se consideră numerele raționale pozitive  $x = 1\frac{5}{6}$  și  $y = 1\frac{8}{9}$ .

(0,7p) a) Comparați numerele  $x$  și  $y$ .

(0,7p) b) Aflați rezultatul calculului  $y : (x^2 - y)$ .

3. În triunghiul ascuțitunghic  $ABC$  cu  $m(\angle A) = 45^\circ$  construim înălțimile  $BD$ ,  $D \in (AC)$  și  $CE$ ,  $E \in (AB)$ . Dacă  $BD \cap CE = \{H\}$ , arătați că:

(0,7p) a)  $[AD] \equiv [BD]$ ; (0,8p) b)  $m(\angle DHC) = 45^\circ$ ; (0,8p) c)  $[AH] \equiv [BC]$ .

## Capitolul I

### MULTIMEA NUMERELOR REALE



#### Lecția 1. Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional



##### Citesc și rețin

**Definiție:** Un număr natural  $a$  se numește **pătrat perfect** dacă există un număr natural  $b$ , astfel încât  $a = b^2$ .

**Exemple:**  $9 = 3^2$ ,  $25 = 5^2$ ,  $100 = 10^2$ .

**Observație:** Dacă  $a$ ,  $a \neq 0$ , este un număr natural pătrat perfect, atunci există două numere întregi  $b$  și  $-b$  cu proprietatea că  $a = b^2 = (-b)^2$ .

**Exemple:**  $1 = 1^2 = (-1)^2$ ,  $4 = 2^2 = (-2)^2$ ,  $9 = 3^2 = (-3)^2$ .

**Definiție:** **Rădăcina pătrată** a numărului natural pătrat perfect  $a$  ( $a = b^2$ ,  $b \in \mathbb{Z}$ ) este numărul natural  $|b|$ . Notăm  $\sqrt{a} = |b|$ .

**Exemple:**  $\sqrt{5^2} = 5$ ;  $\sqrt{19^2} = 19$ ;  $\sqrt{(-11)^2} = |-11| = 11$ .

**Observații:**

1. Dacă  $a = b^2$ ,  $b \in \mathbb{N}$ , atunci  $\sqrt{a} = b$ .

2. Dacă  $a \in \mathbb{N}$  și  $b \in \mathbb{N}^*$ , atunci  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ .



##### Cum se aplică?

1. Calculați:

a)  $\sqrt{25}$ ;

b)  $\sqrt{81}$ .

**Soluție:**

a)  $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$ ;

b)  $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$ .

2. Calculați:

a)  $\sqrt{\frac{49}{64}}$ ;

b)  $\sqrt{\frac{48}{75}}$ .

**Soluție:**

a)  $\sqrt{\frac{49}{64}} = \sqrt{\frac{7^2}{8^2}} = \frac{7}{8}$ ;

b)  $\sqrt{\frac{48^{(3)}}{75}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{4^2}{5^2}} = \frac{4}{5}$ .

**3.** Determinați cardinalul mulțimii  $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 5 < \sqrt{n} \leq 6\}$ .

**Soluție:** pentru oameni și cărți

$5 < \sqrt{n} \leq 6$ , deci  $25 < n \leq 36$ , de unde rezultă  $A = \{26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$ , prin urmare  $\text{card } A = 11$ .



## Stiu să rezolv

### Exerciții și probleme de dificultate minimă

**1.** Arătați că următoarele numere naturale sunt pătrate perfecte:

- a)  $16 = \dots$ ; b)  $36 = \dots$ ; c)  $49 = \dots$ ; d)  $64 = \dots$ ; e)  $81 = \dots$ ;  
f)  $100 = \dots$ ; g)  $144 = \dots$ ; h)  $196 = \dots$ ; i)  $324 = \dots$ ; j)  $400 = \dots$ .

**2.** Citiți următoarele propoziții:

- a)  $\sqrt{25} = 5$ ; b)  $\sqrt{169} = 13$ ; c)  $\sqrt{361} = 19$ ; d)  $\sqrt{81} = 9$ .

**3.** Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a)  $\sqrt{14^2} = 14$ ;  b)  $\sqrt{19^2} = 19$ ;  c)  $\sqrt{41^2} = 41$ ;   
d)  $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$ ;  e)  $\sqrt{(-13)^2} = -13$ ;  f)  $\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$ .

**4.** Calculați:

- a)  $\sqrt{16} = \dots$ ; b)  $\sqrt{25} = \dots$ ; c)  $\sqrt{36} = \dots$ ; d)  $\sqrt{49} = \dots$ ; e)  $\sqrt{64} = \dots$ ;  
f)  $\sqrt{100} = \dots$ ; g)  $\sqrt{121} = \dots$ ; h)  $\sqrt{144} = \dots$ ; i)  $\sqrt{225} = \dots$ ; j)  $\sqrt{256} = \dots$ .

**5.** Completați spațiile punctate cu răspunsul corect:

- a)  $\sqrt{(-11)^2} = \dots$ ; b)  $\sqrt{(-23)^2} = \dots$ ; c)  $\sqrt{(-59)^2} = \dots$ ; d)  $\sqrt{(-77)^2} = \dots$ .

**6.** Determinați mulțimile:

- a)  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x^2} = 7\} = \dots$ ; b)  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x^2} = 8\} = \dots$   
c)  $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x^2} = 29\} = \dots$ ; d)  $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x^2} = 67\} = \dots$ .

**7.** Calculați:

- a)  $\sqrt{16} + \sqrt{25}$ ; b)  $\sqrt{64} - \sqrt{49}$ ; c)  $\sqrt{36} + \sqrt{81}$ ; d)  $\sqrt{64} + \sqrt{25}$ ;  
e)  $\sqrt{81} - \sqrt{36} = \dots$ ; f)  $\sqrt{16} - \sqrt{64} = \dots$ .

**8.** Calculați:

- a)  $(\sqrt{225} - \sqrt{36}) \cdot \sqrt{100}$ ; b)  $\sqrt{121} : (\sqrt{25} - \sqrt{256})$ ; c)  $\sqrt{144} : (\sqrt{49} - \sqrt{169})$ ;  
d)  $\sqrt{196} : (\sqrt{64} - \sqrt{100}) = \dots$ .

**9.** Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a)  $\sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{2}{9}$ ;  b)  $\sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{7}{5}$ ;  c)  $\sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4}$ ;  d)  $\sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{8}{3}$ .

- a)  $\sqrt{\frac{36}{25}} = \underline{\quad}$ ; b)  $\sqrt{\frac{16}{49}} = \underline{\quad}$ ; c)  $\sqrt{\frac{64}{81}} = \underline{\quad}$ ; d)  $\sqrt{\frac{25}{49}} = \underline{\quad}$ ;  
 e)  $\sqrt{\frac{81}{100}} = \underline{\quad}$ ; f)  $\sqrt{\frac{49}{144}} = \underline{\quad}$ ; g)  $\sqrt{\frac{225}{64}} = \underline{\quad}$ ; h)  $\sqrt{\frac{196}{25}} = \underline{\quad}$ .

**Exerciții și probleme de dificultate medie**
**11.** Efectuați mai întâi simplificările și apoi calculați:

a)  $\sqrt{\frac{27}{12}}$ ; b)  $\sqrt{\frac{18}{32}}$ ; c)  $\sqrt{\frac{45}{20}}$ ; d)  $\sqrt{\frac{75}{108}}$ ; e)  $\sqrt{\frac{96}{294}}$ ; f)  $\sqrt{\frac{175}{567}}$ .

**12.** Calculați:

a)  $\sqrt{0,75 \cdot 0,(3)}$ ; b)  $\sqrt{0,96 \cdot 0,(6)}$ ; c)  $\sqrt{0,27 \cdot 1,(3)}$ ; d)  $\sqrt{1,35 \cdot 1,(6)}$ ;  
 e)  $\sqrt{0,3 \cdot 2,1(3)}$ ; f)  $\sqrt{0,6 \cdot 0,2(6)}$ ; g)  $\sqrt{5,5 \cdot 0,6(1)}$ ; h)  $\sqrt{4,5 \cdot 1,3(8)}$ .

**13.** Determinați cel mai mic număr natural nenul  $n$  pentru care:

a)  $\sqrt{45 \cdot n} \in \mathbb{N}$ ; b)  $\sqrt{63 \cdot n} \in \mathbb{N}$ ; c)  $\sqrt{75 \cdot n} \in \mathbb{N}$ ; d)  $\sqrt{80 \cdot n} \in \mathbb{N}$ .

**14.** Calculați rădăcina pătrată a numărului natural  $n$ , în următoarele cazuri:

a)  $n = \sqrt{225} + \sqrt{100} - \sqrt{81}$ ; b)  $n = \sqrt{324} + \sqrt{25} + \sqrt{169}$ ;  
 c)  $n = 3\sqrt{256} - \sqrt{16} + \sqrt{400}$ ; d)  $n = \sqrt{324} - \sqrt{49} + 5\sqrt{196}$ .

**15.** Calculați rădăcina pătrată a numărului natural  $n$ , în următoarele cazuri:

a)  $n = (\sqrt{576} + \sqrt{256}) : \sqrt{100}$ ; b)  $n = \sqrt{324} : (\sqrt{256} - \sqrt{196})$ ;  
 c)  $n = (\sqrt{900} + \sqrt{324}) : \sqrt{144}$ ; d)  $n = \sqrt{144} \cdot (\sqrt{289} - \sqrt{196})$ .

**16.** Determinați mulțimile:

a)  $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 < \sqrt{n} < 2\}$ ; b)  $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 2 \leq \sqrt{n} < 3\}$ ;  
 c)  $C = \{n \in \mathbb{N} \mid 3 < \sqrt{n} \leq 4\}$ ; d)  $D = \{n \in \mathbb{N} \mid 4 \leq \sqrt{n} \leq 5\}$ .

**17.** Determinați numerele naturale consecutive  $m$  și  $n$  pentru care  $m < x < n$ , în fiecare din cazurile:

a)  $x = \sqrt{35}$ ; b)  $x = \sqrt{51}$ ; c)  $x = \sqrt{73}$ ; d)  $x = \sqrt{94}$ .

**18.** Determinați numerele naturale consecutive  $p$  și  $q$  pentru care  $p < x < q$ , în următoarele cazuri:

a)  $x = \sqrt{27,5}$ ; b)  $x = \sqrt{43,2}$ ; c)  $x = \sqrt{61,7}$ ; d)  $x = \sqrt{79,8}$ .

**19.** Calculați:

a)  $\sqrt{\frac{1}{49}} + \sqrt{\frac{1}{16}}$ ; b)  $\sqrt{\frac{1}{25}} - \sqrt{\frac{1}{36}}$ ; c)  $\sqrt{\frac{1}{16}} + \sqrt{\frac{1}{36}}$ ;  
 d)  $\sqrt{\frac{49}{64}} - \sqrt{\frac{25}{144}}$ ; e)  $\sqrt{\frac{81}{25}} - \sqrt{\frac{9}{100}}$ ; f)  $\sqrt{\frac{81}{400}} + \sqrt{\frac{16}{25}}$ .

**20.** Calculați:

a)  $\sqrt{\frac{1}{16}} : \left( \sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{\frac{49}{36}} - \sqrt{\frac{9}{144}} \right);$

b)  $\sqrt{\frac{1}{64}} : \left( \sqrt{\frac{100}{9}} - \sqrt{\frac{25}{16}} - \sqrt{\frac{9}{64}} \right);$

c)  $\left( \sqrt{\frac{225}{81}} - \sqrt{\frac{121}{36}} - \sqrt{\frac{49}{16}} \right) : \sqrt{\frac{1}{36}};$

d)  $\left( \sqrt{\frac{169}{400}} - \sqrt{\frac{81}{100}} + \sqrt{\frac{64}{25}} \right) : \sqrt{\frac{1}{25}}.$

**21.** Arătați că  $x \in \mathbb{Q}$  în următoarele cazuri:

a)  $x = \sqrt{1 + \sqrt{\frac{25}{16}}} : \sqrt{\frac{81}{64}};$     b)  $x = \sqrt{\frac{25}{64}} : \sqrt{9 - \sqrt{\frac{121}{16}}};$     c)  $x = \sqrt{\frac{25}{36}} : \sqrt{2 + \sqrt{\frac{49}{81}}}.$

**22.** Arătați că  $n \in \mathbb{N}$  în următoarele cazuri:

a)  $n = \sqrt{1,44} + \sqrt{2,25} + \sqrt{5,29};$     b)  $n = \sqrt{1,96} + \sqrt{2,89} + \sqrt{8,41};$   
 c)  $n = \sqrt{2,56} + \sqrt{6,76} + \sqrt{7,84}.$

**23.** Calculați:

a)  $\left[ \sqrt{1,3(8) : 0,5} + \sqrt{2\frac{14}{25}} \right] : \sqrt{1,96};$     b)  $\left[ \sqrt{0,8(3) : 1,2} - \sqrt{1\frac{40}{81}} \right] : \sqrt{0,49}.$

**Exerciții și probleme de dificultate avansată**
**24.** Determinați cel mai mic număr natural nenul  $n$ , pentru care:

a)  $\sqrt{\frac{12 \cdot n}{245}} \in \mathbb{Q};$     b)  $\sqrt{\frac{968}{n \cdot 75}} \in \mathbb{Q}.$     c)  $\sqrt{\frac{27 \cdot n}{448}} \in \mathbb{Q}.$

**25.** Se consideră  $p = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10.$  Este posibil ca înlocuind unul dintre factorii produsului cu o cifră să avem  $\sqrt{p} \in \mathbb{N}$ ? Justificați răspunsul.


**Ce notă merit?**
**Test de evaluare stadială**
*Se acordă 1 punct din oficiu.*
**(3p)** 1. Calculați:

a)  $(\sqrt{100} + \sqrt{64}) : \sqrt{9};$     b)  $\sqrt{49} \cdot (\sqrt{4} - \sqrt{196});$     c)  $\sqrt{144} : (\sqrt{1} + \sqrt{121}).$

**(3p)** 2. Determinați mulțimea  $E = \{n \in \mathbb{N} \mid 5 < \sqrt{n} < 6\}$  și precizați cardinalul ei.

**(3p)** 3. Rotunjiți la prima zecimală numărul:

$$a = \left( \sqrt{\frac{9}{64}} + \sqrt{\frac{25}{16}} - \sqrt{\frac{121}{100}} \right) : \sqrt{1,2 : 0,8(3)}.$$

## Lecția 2. Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical



### Citesc și rețin

Scoaterea factorului  $a$  de sub radical se face astfel:  $\sqrt{a^2 b} = |a| \sqrt{b}$ ,  $b \geq 0$ .

Introducerea factorului  $a$  sub radical se face astfel:

- $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$ , dacă  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$ .
- $a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2 b}$ , dacă  $a < 0$  și  $b \geq 0$ .



### Cum se aplică?

**1.** Scoateți factorii de sub radical:

a)  $\sqrt{7^2 \cdot 2}$ ;      b)  $\sqrt{20}$ ;      c)  $\sqrt{108}$ .

**Soluție:**

a)  $\sqrt{7^2 \cdot 2} = 7\sqrt{2}$ ; b)  $\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$ ; c)  $\sqrt{108} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3} = 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ .

**2.** Introduceți factorii sub radical:

a)  $3\sqrt{5}$ ;      b)  $4\sqrt{3}$ ;      c)  $-5\sqrt{7}$ .

**Soluție:**

a)  $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}$ ;      b)  $4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \cdot 3} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{48}$ ;  
 c)  $-5\sqrt{7} = -\sqrt{5^2 \cdot 7} = -\sqrt{25 \cdot 7} = -\sqrt{175}$ .

**3.** Comparați numerele:

a)  $2\sqrt{15}$  și  $3\sqrt{7}$ ;      b)  $-6\sqrt{2}$  și  $-5\sqrt{3}$ .

**Soluție:**

a)  $2\sqrt{15} = \sqrt{2^2 \cdot 15} = \sqrt{4 \cdot 15} = \sqrt{60}$ ,  $3\sqrt{7} = \sqrt{3^2 \cdot 7} = \sqrt{9 \cdot 7} = \sqrt{63}$ , deci  $2\sqrt{15} < 3\sqrt{7}$ ;  
 b)  $-6\sqrt{2} = -\sqrt{6^2 \cdot 2} = -\sqrt{72}$ ,  $-5\sqrt{3} = -\sqrt{5^2 \cdot 3} = -\sqrt{75}$ , deci  $-6\sqrt{2} > -5\sqrt{3}$ .



### Știu să rezolv

#### Exerciții și probleme de dificultate minimă

**1.** Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a)  $\sqrt{2^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$ ;       b)  $\sqrt{7^2 \cdot 6} = 7\sqrt{6}$ ;       c)  $\sqrt{3^2 \cdot 5} = 5\sqrt{3^2}$ .

**2.** Scoateți factorii de sub radical:

a)  $\sqrt{12} = \dots$ ; b)  $\sqrt{18} = \dots$ ; c)  $\sqrt{24} = \dots$ ;  
 d)  $\sqrt{28} = \dots$ ; e)  $\sqrt{48} = \dots$ ; f)  $\sqrt{50} = \dots$ .

**3.** Scoateți factorii de sub radical:

a)  $\sqrt{54}$ ;      b)  $\sqrt{60}$ ;      c)  $\sqrt{63}$ ;      d)  $\sqrt{72}$ ;

e)  $\sqrt{75}$ ;

f)  $\sqrt{80}$ ;

g)  $\sqrt{96}$ ;

h)  $\sqrt{98}$ .

d)  Răspuns pentru cărți

h)

**4.** Scoateți factorii de sub radical:

a)  $\sqrt{108}$ ;

b)  $\sqrt{112}$ ;

c)  $\sqrt{125}$ ;

d)  $\sqrt{128}$ ;

e)  $\sqrt{150}$ ;

f)  $\sqrt{175}$ ;

g)  $\sqrt{180}$ ;

h)  $\sqrt{192}$ .

c)

g)

**5.** Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a)  $4\sqrt{15} = \sqrt{4^2 \cdot 15}$ ;  b)  $-6\sqrt{3} = \sqrt{-6^2 \cdot 3}$ ;  c)  $-5\sqrt{2} = -\sqrt{5^2 \cdot 2}$ .

**6.** Introduceți factorii sub radical:

a)  $2\sqrt{3} = \dots$ ; b)  $3\sqrt{2} = \dots$ ; c)  $2\sqrt{5} = \dots$ ;

d)  $6\sqrt{2} = \dots$ ; e)  $4\sqrt{5} = \dots$ ; f)  $5\sqrt{3} = \dots$ .

**7.** Introduceți factorii sub radical:

a)  $10\sqrt{2} = \dots$ ; b)  $10\sqrt{3} = \dots$ ; c)  $10\sqrt{5} = \dots$ ; d)  $10\sqrt{7} = \dots$ .

**Exerciții și probleme de dificultate medie****8.** Introduceți factorii sub radical:

a)  $6\sqrt{3}$ ;

b)  $5\sqrt{5}$ ;

c)  $9\sqrt{2}$ ;

d)  $4\sqrt{7}$ ;

e)  $5\sqrt{6}$ ;

f)  $7\sqrt{3}$ ;

g)  $6\sqrt{5}$ ;

h)  $5\sqrt{7}$ .

**9.** Introduceți factorii sub radical:

a)  $-4\sqrt{3}$ ;

b)  $-5\sqrt{2}$ ;

c)  $-2\sqrt{7}$ ;

d)  $-3\sqrt{5}$ ;

e)  $-7\sqrt{5}$ ;

f)  $-9\sqrt{6}$ ;

g)  $-5\sqrt{8}$ ;

h)  $-6\sqrt{7}$ .

**10.** Scoateți factorii de sub radical:

a)  $\sqrt{245}$ ;

b)  $\sqrt{300}$ ;

c)  $\sqrt{320}$ ;

d)  $\sqrt{252}$ .

**11.** Scoateți factorii de sub radical în următoarele cazuri:

a)  $\sqrt{720}$ ;

b)  $\sqrt{588}$ ;

c)  $\sqrt{675}$ ;

d)  $\sqrt{648}$ .

**12.** Determinați numărul natural  $a$  dacă:

a)  $\sqrt{20} = a\sqrt{5}$ ;

b)  $\sqrt{63} = a\sqrt{7}$ ;

c)  $\sqrt{45} = a\sqrt{5}$ ;

d)  $\sqrt{294} = a\sqrt{6}$ ;

e)  $\sqrt{243} = a\sqrt{3}$ ;

f)  $\sqrt{338} = a\sqrt{2}$ .

**13.** Determinați numărul natural  $n$  din următoarele egalități:

a)  $4\sqrt{3} = \sqrt{n}$ ;

b)  $5\sqrt{6} = \sqrt{n}$ ;

c)  $7\sqrt{2} = \sqrt{n}$ ;

d)  $6\sqrt{10} = \sqrt{n}$ ;

e)  $3\sqrt{15} = \sqrt{n}$ ;

f)  $2\sqrt{17} = \sqrt{n}$ .